

ВІРТУАЛЬНА (AR) ТА ДОПОВНЕНА (VR) РЕАЛЬНІСТЬ ЯК ІННОВАЦІЙНИЙ ЗАСІБ ЕФЕКТИВНОГО ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

VIRTUAL (AR) AND AUGMENTED (VR) REALITY AS AN INNOVATIVE METHOD OF EFFECTIVE TEACHING OF MATHEMATICAL DISCIPLINES

Стаття є оглядом сучасних підходів до використання віртуальної (VR) та доповненої (AR) реальності в контексті викладання математичних дисциплін. Автор проаналізував наукові роботи та практичні приклади застосування цих інноваційних технологій у навчальному процесі вищих навчальних закладів. Особливу увагу приділено впливу віртуальних та доповнених середовищ на процес засвоєння абстрактних математичних концепцій, таких як геометричні фігури, вектори, матриці та інші складні поняття. Особливо підкреслено, що використання VR і AR технологій дозволяє значно полегшити розуміння студентами важких тем, таких як тривимірні об'єкти або складні рівняння, завдяки візуалізації та інтерактивності.

Стаття також розглядає переваги застосування AR і VR у навчальному процесі, зокрема створення інтерактивних навчальних середовищ, де студенти можуть активно взаємодіяти з навчальним контентом, а не лише спостерігати за ним. Це дозволяє значно підвищити рівень мотивації до навчання, оскільки студенти можуть не тільки вивчати матеріал теоретично, але й безпосередньо застосовувати знання в інтерактивних ситуаціях. Водночас аналізуються проблеми та виклики, що виникають при впровадженні таких технологій в освітній процес. Це включає як технічні питання, так і необхідність адаптації викладачів до нових методів навчання, а також вимоги до студентів у плані володіння цифровими навичками.

У статті наведено приклади успішного застосування VR та AR у вивченні математики, зокрема, створення віртуальних лабораторій для вивчення геометрії, моделювання математичних об'єктів у тривимірному просторі, а також використання AR для візуалізації складних рівнянь та інтерактивних задач. Автор робить висновок, що інтеграція VR і AR технологій в освітній процес має значний потенціал для покращення якості освіти, розвитку критичного мислення у студентів, а також підвищення ефективності навчання. У перспективі, з розвитком цих технологій та зростанням доступності, їхнє застосування в математичній освіті може стати основною складовою частиною сучасних освітніх систем.

Ключові слова: доповнена реальність, віртуальна реальність, математична

освіта, інноваційні технології, інтерактивне навчання, візуалізація математичних концепцій.

This article provides an overview of current approaches to the use of virtual (VR) and augmented (AR) reality in teaching mathematical disciplines. The author analyzes scientific works and practical examples of applying these innovative technologies in the educational process at higher education institutions. Special attention is given to the impact of virtual and augmented environments on the process of mastering abstract mathematical concepts such as geometric shapes, vectors, matrices, and other complex topics. The use of VR and AR technologies is highlighted as a significant aid in improving students' understanding of difficult subjects such as three-dimensional objects or complex equations through visualization and interactivity.

The article also examines the advantages of using AR and VR in the learning process, particularly the creation of interactive learning environments where students can actively engage with the content rather than merely observing it. This significantly enhances motivation levels, as students are not only able to study the material theoretically, but also apply their knowledge in interactive situations. At the same time, the challenges and issues arising when implementing such technologies in education are analyzed. These include technical issues as well as the need for educators to adapt to new teaching methods and the requirements for students in terms of digital literacy.

Examples of successful applications of VR and AR in mathematics education are provided, such as the creation of virtual laboratories for studying geometry, modeling mathematical objects in three-dimensional space, and using AR to visualize complex equations and interactive problems. The author concludes that integrating VR and AR technologies into the educational process has significant potential for improving the quality of education, developing critical thinking skills in students, and enhancing the effectiveness of learning. In the future, as these technologies evolve and become more accessible, their use in mathematics education may become a key component of modern educational systems.

Key words: augmented reality, virtual reality, mathematical education, innovative technologies, interactive learning, visualization of mathematical concepts.

УДК 373.851:004.9

DOI <https://doi.org/10.32782/2663-6085/2025/80.2.4>

Прус А.А.,

докт. філос. з гал. матем. та статист.,
ст. викладач кафедри інформаційних
технологій та аналітики даних
Національного університету
«Острозька академія»

Постановка проблеми. Сучасний розвиток цифрових технологій відкриває нові можливості для вдосконалення навчального процесу, зокрема у викладанні математичних дисциплін. Одним із перспективних напрямів є використання технологій віртуальної (VR) та доповненої (AR) реальності, які сприяють візуалізації абстрактних понять, покращенню розуміння складних математичних структур та підвищенню залученості студентів у навчальний процес.

У науковій спільноті активно досліджується вплив AR/VR на ефективність викладання математичних дисциплін. Проте існує необхідність у систематизації та аналізі наявних наукових досліджень, що дозволить визначити основні переваги, виклики та перспективи застосування цих технологій в освітньому процесі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Кілька недавніх досліджень вивчали потенціал

доповненої та віртуальної реальності в математичній освіті [1]. Дослідження, проведене Palanci та Turan, вивчало використання доповненої реальності у викладанні понять геометрії [2]. Дослідницька група створила додаток доповненої реальності, який дозволяв учням взаємодіяти з віртуальними об'єктами в реальному середовищі, допомагаючи їм досліджувати та розуміти геометричні поняття. Дослідження показало, що учні, які використовують цю програму доповненої реальності, продемонстрували краще розуміння геометричних принципів порівняно з тими, хто покладався на звичайні методи навчання [2]. Віртуальна реальність успішно покращує розуміння учнями складних математичних понять [3]. Завдяки візуалізації та маніпулюванню цими функціями в змодельованому середовищі студенти змогли покращити своє розуміння та навички вирішення задач [4]. В іншому дослідженні було застосовано використання доповненої реальності, щоб навчити студентів просторовому мисленню в певній області геометрії [5].

Зокрема, віртуальна реальність надає учням відчуття повного занурення, переносячи їх у віртуальне середовище, де вони можуть працювати з математичними поняттями більш захоплюючим методом [6]. Інтеграція технологій доповненої реальності та віртуальної реальності в математичну освіту відкриває безліч можливостей для покращення навчального досвіду учнів та вдосконалення їхніх математичних навичок [7].

Сучасна освіта продовжує розвиватися з постійним пошуком інноваційних стратегій, щоб зацікавити студентів, зробити їх навчання більш ефективним. Використання технологій доповненої та віртуальної реальності в навчанні математики привернуло значну увагу в останні роки. Ці інноваційні підходи надають учням захоплюючий та інтерактивний математичний досвід, потенційно трансформуючи методології викладання та посилюючи залучення учнів до складних математичних концепцій [8]. Доповнена реальність та віртуальна реальність пропонують викладачам різні, але взаємодоповняльні можливості для створення захоплюючого досвіду навчання математики [9]. Доповнена реальність передбачає накладання цифрової інформації на фізичний світ, тоді як віртуальна реальність створює повністю штучне середовище, де користувачі можуть брати участь та взаємодіяти [10].

Подібним чином Zhao та інші [11] використовували технологію віртуальної реальності для створення змодельованого лабораторного середовища, дозволяючи студентам брати участь в експериментах та аналізувати дані в галузі фізики. Крім того, технології доповненої реальності та віртуальної реальності пропонують унікальні переваги порівняно з традиційними методами

навчання. Вони надають студентам більш інтерактивне середовище навчання, що базується на досвіді, дозволяючи їм візуалізувати та маніпулювати математичними об'єктами та поняттями, які можуть бути важко зрозумілими виключно за допомогою традиційних методів навчання.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Основною метою даної роботи є:

- Огляд, систематизація та аналіз здебільшого закордонних наукових досліджень, присвячених використанню AR/VR у вивченні математичних дисциплін.

- Визначення основних переваг та обмежень цих технологій у контексті математичної освіти.

- Окреслення перспектив подальших досліджень та можливих напрямів удосконалення методик викладання із застосуванням AR/VR.

Дана стаття спрямована на узагальнення актуальних наукових результатів, що допоможе освітянам, науковцям та розробникам навчальних технологій оцінити потенціал AR/VR у викладанні математичних дисциплін та сприяти їх ефективному впровадженню в навчальний процес.

Виклад основного матеріалу дослідження.

У математичній освіті педагоги застосовують різні стратегії для покращення навчального процесу. Використання технологій доповненої реальності та віртуальної реальності є одним з ефективних підходів. Зокрема, захоплюючі симуляції доповненої та віртуальної реальності, які зосереджуються на вивченні геометричних концепцій, виявилися дуже корисними [12]. Ці симуляції створюють реалістичні тривимірні зображення форм, що дозволяє учням активно взаємодіяти з ними в динамічному віртуальному середовищі. Використовуючи ці симуляції, студенти можуть досліджувати складні характеристики, такі як кути, розміри та властивості, пов'язані з різними формами. Цей експериментальний підхід сприяє глибшому розумінню принципів геометрії, водночас створюючи інтерактивну та захоплюючу навчальну атмосферу, яка привертає увагу студентів і викликає їхню цікавість [13], [14]. Одним із популярних методів інтеграції доповненої реальності та віртуальної реальності в математичну освіту є використання мобільних додатків. Ці програми дозволяють учням переглядати та керувати віртуальними об'єктами в трьох вимірах, забезпечуючи більш захоплюючий та інтерактивний досвід [15].

Наприклад, студенти можуть використовувати свої мобільні пристрої, щоб досліджувати тривимірні геометричні фігури і маніпулювати ними, для кращого розуміння таких понять, як площа поверхні, об'єм, переріз многогранника [16]. Такий практичний підхід до навчання не тільки покращує просторову уяву, але й сприяє глибшому розумінню математичних понять [17].

Іншим підходом є використання гарнітур або окулярів віртуальної реальності [18]. Ці технології забезпечують повне занурення, дозволяючи учням реалістично та інтерактивно вивчати матеріал. Наприклад, за допомогою гарнітур віртуальної реальності студенти можуть керувати тривимірними зображеннями математичних об'єктів, таких як графіки, функції та рівняння у змодельованому середовищі. Ця можливість захоплюючого навчання дозволяє учням візуалізувати математичні концепції та активно взаємодіяти з ними таким чином, що неможливо досягти за допомогою традиційних методів у класі [18].

Крім того, впровадження технологій віртуальної реальності та доповненої реальності в математичну освіту відкриває можливості для спільного навчання. У віртуальному просторі студенти можуть працювати разом, щоб обмінюватися ідеями та вирішувати проблеми в режимі реального часу, сприяючи розвитку навичок командної роботи, покращуючи комунікативні здібності та сприяючи обміну творчими концепціями та методами вирішення проблем між однокласниками [19].

Поширені програми та застосунки AR та VR для математичної освіти

Різні програми та платформи успішно інтегрували технології доповненої реальності та віртуальної реальності в математичну освіту. Одним із яскравих прикладів є GeoGebra AR, потужний інструмент, який поєднує в собі можливості доповненої реальності з математичними функціями. Ця програма дозволяє учням візуалізувати та взаємодіяти з тривимірними представленнями математичних понять, сприяючи кращому розумінню складних геометричних форм і просторових фігур (Рисунок 1).

GeoGebra
Bringing math to life with Apple ARKit



Рисунок 1

Metaverse Studio – це ще один популярний додаток доповненої реальності, який дозволяє вчителям створювати власні інтерактивні уроки та тести. За допомогою своїх мобільних пристроїв студенти можуть отримати доступ до цифрового вмісту, накладеного на реальне середовище. Цей

захоплюючий підхід не тільки покращує розуміння математичних понять, але й заохочує навички вирішення проблем і критичне мислення учнів. Крім того, існують програми віртуальної реальності, спеціально розроблені для математичної освіти, такі як MathWorld VR, які забезпечують захоплюючий досвід навчання через віртуальні маніпуляції та інтерактивні уроки, зосереджені навколо різних математичних тем.

Огляд наукових робіт за тематикою впровадження AR та VR у процес вивчення математичних дисциплін. Далі буде розглянуто наукові статті за останні кілька років, до кожної з яких подано короткий опис змісту, основні проблеми, що підіймаються у ній.

Робота Крамаренко Т.Х. та ін. [20] присвячена програмі GeoGebra AR 3D. У ній описано усі переваги цього середовища динамічної математики та вказано на те, що необхідно додаткове навчання для оволодіння усіма функціями цифрового продукту.

У роботі Demitriadou, E та ін. [21] описано позитивний вплив технологій віртуальної та доповненої реальності на інтерактивність та інтерес учнів до математичної освіти в контексті виникнення труднощів у розумінні тривимірних геометричних об'єктів з використанням традиційних методів навчання.

Робота Lai, J W та ін. [22] присвячена дослідженню впливу VR на вивчення інженерної математики у вищих навчальних закладах. В рукописі згадано позитивний вплив інноваційних технологій на вивчення інженерної математики. Прямо не згадуються конкретні проблеми та виклики, пов'язані з впровадженням VR у навчальний процес.

Schutera, S. та ін. у своїй роботі [23] описують експеримент використання технологій доповненої реальності на уроці математики. Підкреслюють позитивний вплив 3-D візуалізації на розуміння геометричних концепцій.

Bulut, M. та ін. в роботі [24] окрім позитивних сторін піднімають проблеми впровадження AR у математичну освіту такі як необхідність отримання компетенцій користування цими інноваціями, наявність комп'ютерів або інших електронних пристроїв, економічні витрати на придбання програмного середовища та технічного обладнання. Схожі міркування викладені у статті Fernández-Enríquez, R. [25].

Юлія Ботузова у своїй статті [26] аналізує застосування AR та VR у математичній освіті. Вона зазначає, що інтеграція цих технологій сприяє візуалізації абстрактних математичних ідей, роблячи їх більш зрозумілими для учнів. Зокрема, використання додатків, таких як GeoGebra 3D та ARBook, дозволяє створювати інтерактивні навчальні матеріали, які підвищують зацікавленість студентів та сприяють розвитку просторового мислення.

Дослідження, проведене Зохре Шагаган та співавторами [27], було спрямоване на розробку AR-додатку для покращення розуміння студентами матриць просторових перетворень. Результати показали, що студенти, які використовували AR-додаток, продемонстрували значне покращення у розумінні просторових трансформацій порівняно з тими, хто навчався без його використання.

Ніл Чулпонгсаторн та співавтори [28] представили підхід до створення AR-елементів для статичних математичних підручників. Їхня система дозволяє викладачам та студентам без навичок програмування перетворювати традиційні підручники на інтерактивні ресурси з використанням AR, що сприяє глибшому розумінню математичних концепцій.

Висновки. Загалом, дослідження останніх років підтверджують ефективність використання AR та VR у навчанні математики. Імерсивні технології сприяють кращому розумінню складних концепцій, підвищують мотивацію студентів та надають нові можливості для візуалізації абстрактних ідей. Проте для успішного впровадження цих технологій необхідно забезпечити відповідну підготовку викладачів та враховувати технічні аспекти інтеграції AR/VR у навчальний процес.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК:

- Beheshti, J. *Virtual Environments for Children and Teens*. InTech. 2012. doi: 10.5772/51628
- Palanci, A., & Turan, Z. *How Does the Use of the Augmented Reality Technology in Mathematics Education Affect Learning Processes?* *Systematic Reviews*. Advance online publication. 2021, 11(1), 89–110. doi:10.31704/ijocis.2021.005
- Ghoniem, R. M., Abas, H., & Bdair, H. *A Novel Intelligent Object-Oriented Three-Dimensional Simulation System for Physics Experimentation*. 2018. URL: <https://scite.ai/reports/10.1016/j.aci.2018.10.003>
- Liu, J. *An Online Japanese Teaching Mode Based on Virtual Reality*. 2022. URL: <https://scite.ai/reports/10.1155/2022/2025732>
- Strand, I. *Virtual Reality in Design Processes*. 2020. URL: <https://scite.ai/reports/10.7577/formakademisk.3874>
- Serin, H. *Virtual Reality in Education from the Perspective of Teachers*. 2020. URL: <https://scite.ai/reports/10.34069/ai/2020.26.02.33>
- Arifuddin, A., Wahyudin, W., Prabawanto. *The Effectiveness of Augmented Reality-Assisted Scientific Approach to Improve Mathematical Creative Thinking Ability of Elementary School Students*. 2022. URL: <https://scite.ai/reports/10.24235/al.ibtida.snj.v9i2.11647>
- Fernández-Enríquez, R., & Martín, L. D. *Augmented Reality as a Didactic Resource for Teaching Mathematics*. 2020. URL: <https://scite.ai/reports/10.3390/app10072560>
- Beheshti, J. *Virtual Environments for Children and Teens*. 2012. URL: <https://scite.ai/reports/10.5772/51628>
- Yingprayoon, J. *Teaching Mathematics Using Augmented Reality*. Academic Press, 2015.
- Zhao, Z., Xie, T., Wang, H. *Early Education Application Software Based on Artificial Intelligence VR Technology*. 2022. URL: <https://scite.ai/reports/10.1155/2022/4756390>
- Vakaliuk, T. A., Шевчук, Л., & Shevchuk, B. V. *Possibilities of Using AR and VR Technologies in Teaching Mathematics to High School Students*. 2020. doi:10.13189/ujer.2020.082267
- Koparan, T., Dinar, H., Koparan, E. T. *Integrating Augmented Reality into Mathematics Teaching and Learning and Examining its Effectiveness*. 2023. doi:10.1016/j.tsc.2023.101245
- Al-Ansi, A. M., Jaboor, M., Garad, A. *Analyzing Augmented Reality (AR) and Virtual Reality (VR) Recent Development in Education*. 2023. doi:10.1016/j.ssaho.2023.100532
- Schutera, S., Schnierle, M., Wu, M. *On the Potential of Augmented Reality for Mathematics Teaching with the Application cleARmaths*. 2021. doi:10.3390/educsci11080368
- Dinayusadewi, N. P., & Agustika, G. N. S. *Development of Augmented Reality Application as a Mathematics Learning Media in Elementary School Geometry Materials*. 2020. doi:10.23887/jet.v4i2.25372
- Ahmad, F. *The Effect of Augmented Reality in Improving Visual Thinking in Mathematics of 10th-Grade Students in Jordan*. 2021. URL: <https://scite.ai/reports/10.14569/ijacsa.2021.0120543>
- Çevikbaş, M., Bulut, N., & Kaiser, G. *Exploring the Benefits and Drawbacks of AR and VR Technologies for Learners of Mathematics: Recent Developments*. 2023. doi:10.3390/systems11050244
- Campos, E., Hidrogo, I., & Zavala, G. *Impact of Virtual Reality Use on the Teaching and Learning of Vectors*. 2022. doi:10.3389/feduc.2022.965640
- Kramarenko, T. H., Pylypenko, O. S., & Zaselskiy, V. I. *Prospects of Using the Augmented Reality Application in STEM-Based Mathematics Teaching*. *Educational Dimension*, 2019, 1, 199–218. doi:10.31812/educdim.v53i1.3843
- Demitriadou, E., Stavroulia, K.-E., & Lanitis, A. *Comparative Evaluation of Virtual and Augmented Reality for Teaching Mathematics in Primary Education*. *Education and Information Technologies*, 2020, 25(1), 381–401. doi:10.1007/10639-019-09973-5
- Lai, J. W., & Cheong, K. H. *Adoption of Virtual and Augmented Reality for Mathematics Education: A Scoping Review*. 2022. doi:10.1109/ACCESS.2022.3145991
- Schutera, S., Schnierle, M., Wu, M., Pertz, T., Seybold, J., Bauer, P., et al. *On the Potential of Augmented Reality for Mathematics Teaching with the Application cleARmaths*. *Education Sciences*, 2021, 11(8), 8. Advance online publication. doi:10.3390/educsci11080368
- Bulut, M., & Ferri, R. B. *A Systematic Literature Review on Augmented Reality in Mathematics Education*. 2023. doi:10.30935/scimath/13124
- Fernández-Enríquez, R., & Delgado-Martín, L. *Augmented Reality as a Didactic Resource for Teaching Mathematics*. *Applied Sciences (Basel, Switzerland)*, 2020, 10(7), 2560. doi:10.3390/app10072560

26. Ботузова, Ю. В. *Можливості використання імерсивних технологій у навчанні математики*. Наукові записки. Серія: Педагогічні науки, 2024, (212), 14-19. <https://doi.org/10.36550/2415-7988-2024-1-212-14-19>

27. Shaghaghian, Z., Burte, H., Song, D. *An Augmented Reality Application and User Study for*

Understanding and Learning Spatial Transformation Matrices. ArXiv, 2022.

28. Chulpongsatorn, N., Lunding, M. S., Soni, N. *Augmented Math: Authoring AR-Based Explorable Explanations by Augmenting Static Math Textbooks*. Proceedings of the 36th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology, 2023.